



Ce contenu est mis à disposition selon les termes de la [Licence Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)
Attribution – Pas d’Utilisation Commerciale – Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International.

Calcul des Éléments Simplement Comprimés (Flambement)

Conception, Prédimensionnement et Vérification selon l’Eurocode 3



Qu'est-ce que le flambement

Le flambement est une instabilité des barres élancées en compression.

Lorsqu'une pièce élancée est comprimée, à cause des imperfections d'alignement de la charge, la rectitude de la pièce et des contraintes résiduelles, une flexion parasite se produit.

Cette flexion parasite est amplifiée par la déformation qui en découle et ainsi de suite jusqu'au-delà d'une certaine contrainte. Cette contrainte est appelée contrainte critique ou contrainte d'Euler.

Lors du flambement on se trouve dans le cas de grandes déformations où la linéarité contrainte-déformations n'est plus assurée, cela peut aller jusqu'au domaine plastique.

Déterminer la longueur de flambement

Mode de flambement à nœuds fixes

Un système à nœuds fixes est défini par un système contreventé ou un système en appuis contre un élément fixe.

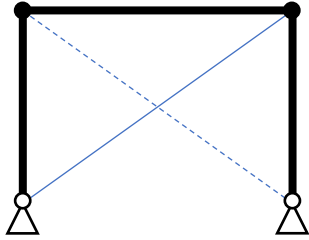


Figure 2 : système contreventé

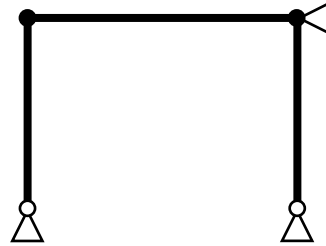


Figure 1 : en appuis contre un élément fixe

La longueur critique de flambement d'un élément à nœuds fixes est définie en fonction de ses conditions d'appuis.

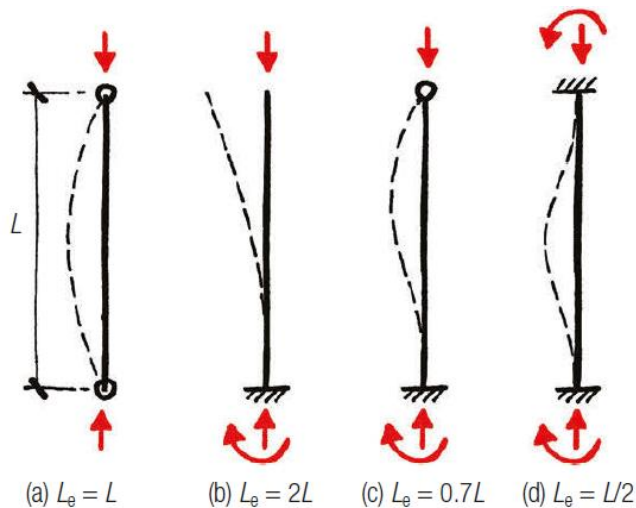


Figure 3 : Longueur critique en mode de flambement à nœuds fixes L_{cr}

Tableau 1 : Cas particuliers des membrures et étrépillons de fermes treillis

Longueur entre points d'épures L_0	Plan de la poutre	Plan \perp à la poutre
Membrures des poutres à treillis	$0.9 * L_0$	L_0
Étrépillons attachés par un seul rivet	L_0	L_0
Étrépillons attachés par plusieurs rivets ou soudés	$0.8 * L_0$	L_0

Conception des points de maintiens

Les points de maintiens peuvent être, comme décrit précédemment, un contreventement ou un appui contre un élément fixe, un appui fixe peut aussi être un maintien intermédiaire. C'est souvent le cas des potelets de refends et des potelets de pan de fer.

Il est impératif que ce maintien intermédiaire soit repris par un point 'dur'. Pour ce faire, il faut, soit le relier à un contreventement (attache sur gousset central par exemple), soit créer des bretelles.

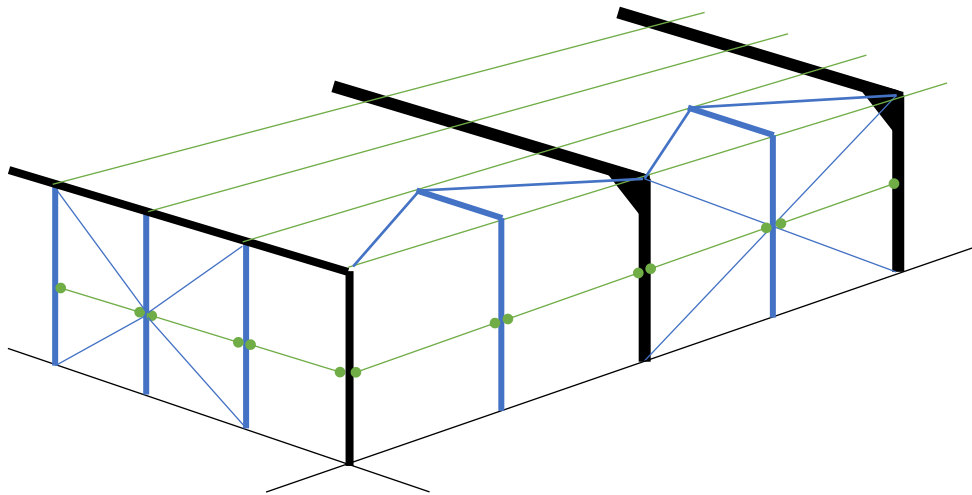


Figure 4 : exemple de maintiens des potelets par des butons reliés aux contreventements

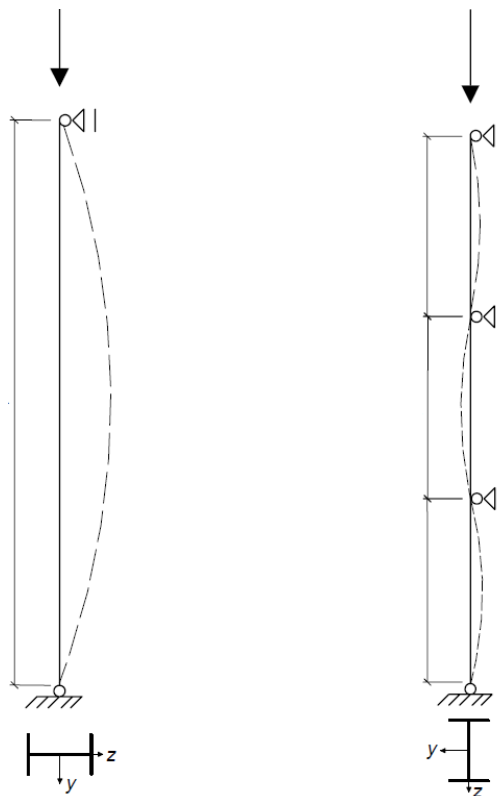


Figure 5 : mode de flambement d'un potelet avec deux maintiens intermédiaires

Mode de flambement à nœuds déplaçables

Un système à nœuds déplaçables est défini par sa rigidité, comme c'est le cas pour un portique.

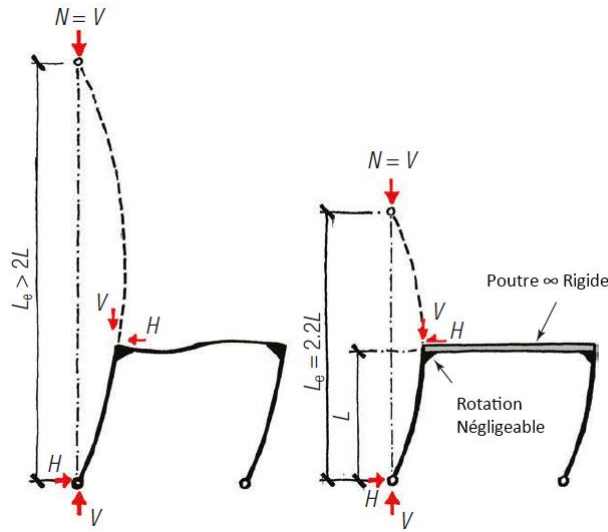


Figure 6 : longueur critique en mode de flambement à nœuds déplaçables L_{cr}

$$\frac{l_{crit}}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0.2(\eta_1 + \eta_2) - 0.12\eta_1\eta_2}{1 - 0.8(\eta_1 + \eta_2) + 0.6\eta_1\eta_2}}$$

Où η_i : taux d'articulation aux extrémités de la barre (1 'parfaitement articulé' ; 0 'parfaitement encastré')

$$\eta_i = \frac{K_c}{\sum K} = \frac{K_c}{K_c + K_{11} + K_{12} + \dots} = \frac{\text{Somme des Coef de rigidité des poteaux}}{\text{Somme des Coef des barres dans le plan du noeud étudié}}$$

$$K_i = \frac{E \cdot I_i}{L_i} \quad \text{Coefficient de rigidité } K_c \text{ (Poteau) et } K_{11}, K_{12}, K_{13} \text{ (Poutres)}$$

En alternative, le rapport $\frac{l_{crit}}{L}$ peut être obtenu par lecture graphique sur l'abaque de Wood.

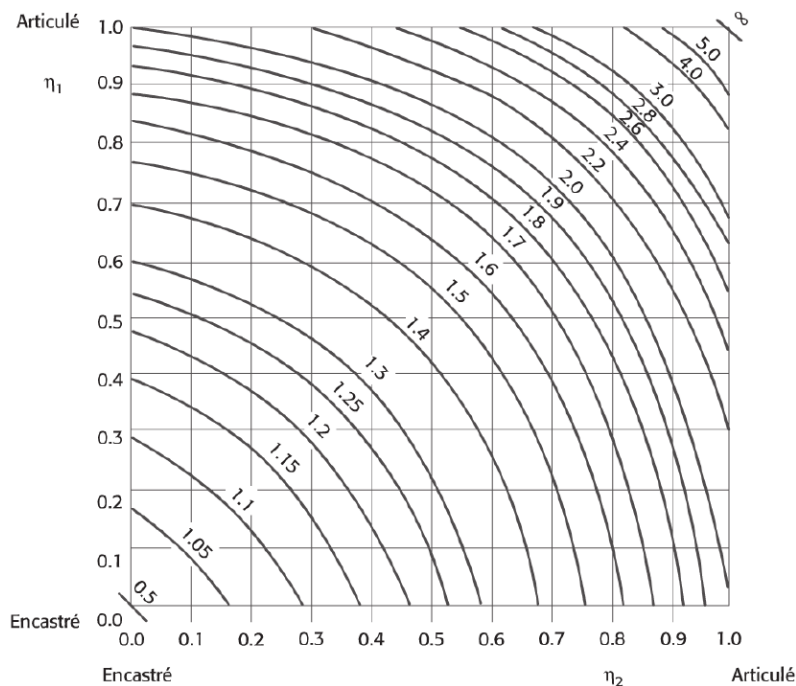


Figure 7 : Rapport L_{cr}/L de longueur de flambement d'un poteau dans un mode à nœuds déplaçables

Méthode de prédimensionnement selon les règles CM66

1. Calcul de l'élanement λ

L'élanement λ est à déterminer pour les deux axes y et z du profil

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i}$$

Où L_{cr} est la longueur critique de flambement telle que définie précédemment

i est le rayon de giration

2. Lecture du facteur k

Tableau 2 : facteur k tel que définie dans les règles CM66

Élanement λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,001	1,001	1,001	1,002	1,002	1,003
10	1,004	1,004	1,005	1,006	1,007	1,008	1,009	1,010	1,012	1,013
20	1,015	1,016	1,018	1,019	1,021	1,023	1,025	1,028	1,030	1,032
30	1,035	1,037	1,040	1,043	1,046	1,049	1,052	1,056	1,060	1,063
40	1,067	1,071	1,076	1,080	1,085	1,090	1,095	1,100	1,105	1,111
50	1,117	1,123	1,130	1,137	1,144	1,151	1,159	1,166	1,175	1,183
60	1,192	1,201	1,211	1,221	1,231	1,242	1,253	1,265	1,277	1,289
70	1,302	1,315	1,328	1,342	1,357	1,372	1,387	1,403	1,420	1,436
80	1,453	1,471	1,489	1,508	1,527	1,547	1,567	1,587	1,608	1,629
90	1,651	1,674	1,696	1,719	1,743	1,767	1,792	1,817	1,842	1,868
100	1,894	1,921	1,947	1,975	2,003	2,031	2,060	2,089	2,118	2,148
110	2,178	2,209	2,240	2,271	2,303	2,335	2,367	2,400	2,433	2,467
120	2,501	2,535	2,570	2,605	2,640	2,676	2,712	2,748	2,785	2,822
130	2,860	2,897	2,936	2,974	3,013	3,052	3,091	3,131	3,172	3,212
140	3,253	3,294	3,335	3,377	3,419	3,462	3,504	3,548	3,591	3,635
150	3,679	3,723	3,768	3,813	3,858	3,904	3,950	3,997	4,043	4,090
160	4,137	4,18	4,23	4,28	4,33	4,38	4,43	4,48	4,53	4,58
170	4,63	4,68	4,73	4,78	4,83	4,88	4,94	4,99	5,04	5,09
180	5,15	5,20	5,26	5,31	5,36	5,42	5,48	5,53	5,59	5,64
190	5,70	5,76	5,81	5,87	5,93	5,99	6,05	6,11	6,16	6,22
200	6,28	6,34	6,40	6,46	6,53	6,59	6,65	6,71	6,77	6,84
210	6,90	6,96	7,03	7,09	7,15	7,22	7,28	7,35	7,41	7,48
220	7,54	7,61	7,67	7,74	7,81	7,88	7,94	8,01	8,08	8,15
230	8,22	8,29	8,36	8,43	8,49	8,57	8,64	8,71	8,78	8,85
240	8,92	8,99	9,07	9,14	9,21	9,29	9,36	9,43	9,51	9,58
250	9,66	9,74	9,81	9,88	9,96	10,04	10,11	10,19	10,27	10,35
260	10,43	10,50	10,58	10,66	10,74	10,82	10,90	10,98	11,06	11,14
270	11,22	11,30	11,38	11,47	11,55	11,63	11,71	11,80	11,88	11,96
280	12,05	12,13	12,22	12,30	12,39	12,47	12,56	12,64	12,73	12,82
290	12,90	12,99	13,08	13,17	13,26	13,35	13,44	13,52	13,61	13,71
300	13,79									

3. Résistance en compression de l'élément

$$N_{b,Rd} = \frac{A * f_y}{k * f_y / 235} = \frac{A * 235}{k}$$

235 est exprimé en [MPa]

Il est à noter que cette méthode néglige la nuance d'acier



Méthode de calcul selon l'Eurocode 3

1. Déterminer l'effort critique d'Euler N_{cr}

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 * E * I}{L_{cr}^2}$$

Où E est le module d'Young de l'acier 210000 Mpa

I est l'Inertie du profil

L_{cr} est la longueur critique telle que définie précédemment

2. Calculer l'élançement réduit $\bar{\lambda}$

L'élançement réduit est décrit dans §6.3.1.2 - Formule 6.50

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A * f_y}{N_{cr}}} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

Où A est l'aire de la section

f_y est la résistance élastique du matériau

N_{cr} est l'effort critique d'Euler définie précédemment

$\lambda = \frac{L_{cr}}{i}$ est l'élançement de l'élément

$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ est le rayon de giration de l'élément

I est l'inertie de l'élément

$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ est constant et dépend uniquement du matériau

Tableau 3 : Valeurs de λ_1

Acier	S 235	S 275	S 355	S 420	S 460
λ_1	93,9	86,8	76,4	70,2	66,2

3. Déterminer la courbe de flambement (coefficient α)

La courbe de flambement à utiliser dépend de la géométrie du profil. Elle détermine un facteur d'imperfection α , donné dans le tableau suivant §6.3.1.2(2) - Tableau 6.1

Tableau 4 : Facteur d'imperfection α

Courbe de flambement	a_0	a	b	c	d
Facteur d'imperfection α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Le facteur d'imperfection α est défini dans §6.3.1.2 - Tableau 6.2

Tableau 5 : choix de la courbe de flambement pour une section transversale

Section transversale	Limites	Flamb ^t selon l'axe	Courbe de flamb ^t		
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460	
Section en I laminées 	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40$ mm	y-y z-z	a a_0	a_0 a_0
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$ mm	y-y z-z	b c	a a
	$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100$ mm	y-y z-z	b c	a a
		$t_f \leq 100$ mm	y-y z-z	d d	c c
Sections en I soudées 	$t_f \leq 40$ mm	y-y z-z	b c	b c	
	$t_f > 40$ mm	y-y z-z	c d	c d	
Sections creuses 	Finies à chaud	Quelconque	a	a_0	
	Formées à froid	Quelconque	c	c	
Sections en caisson soudées 	En général (sauf comme indiqué ci-dessous)	Quelconque	b	b	
	Soud. épaisses : $a > 0,5 t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	Quelconque	c	c	
Sections en U, T et pleines 		Quelconque	c	c	
Sections en L 		Quelconque	b	b	

4. Déterminer le facteur de réduction χ

Lecture graphique sur §6.3.1.2-Figure 6.4

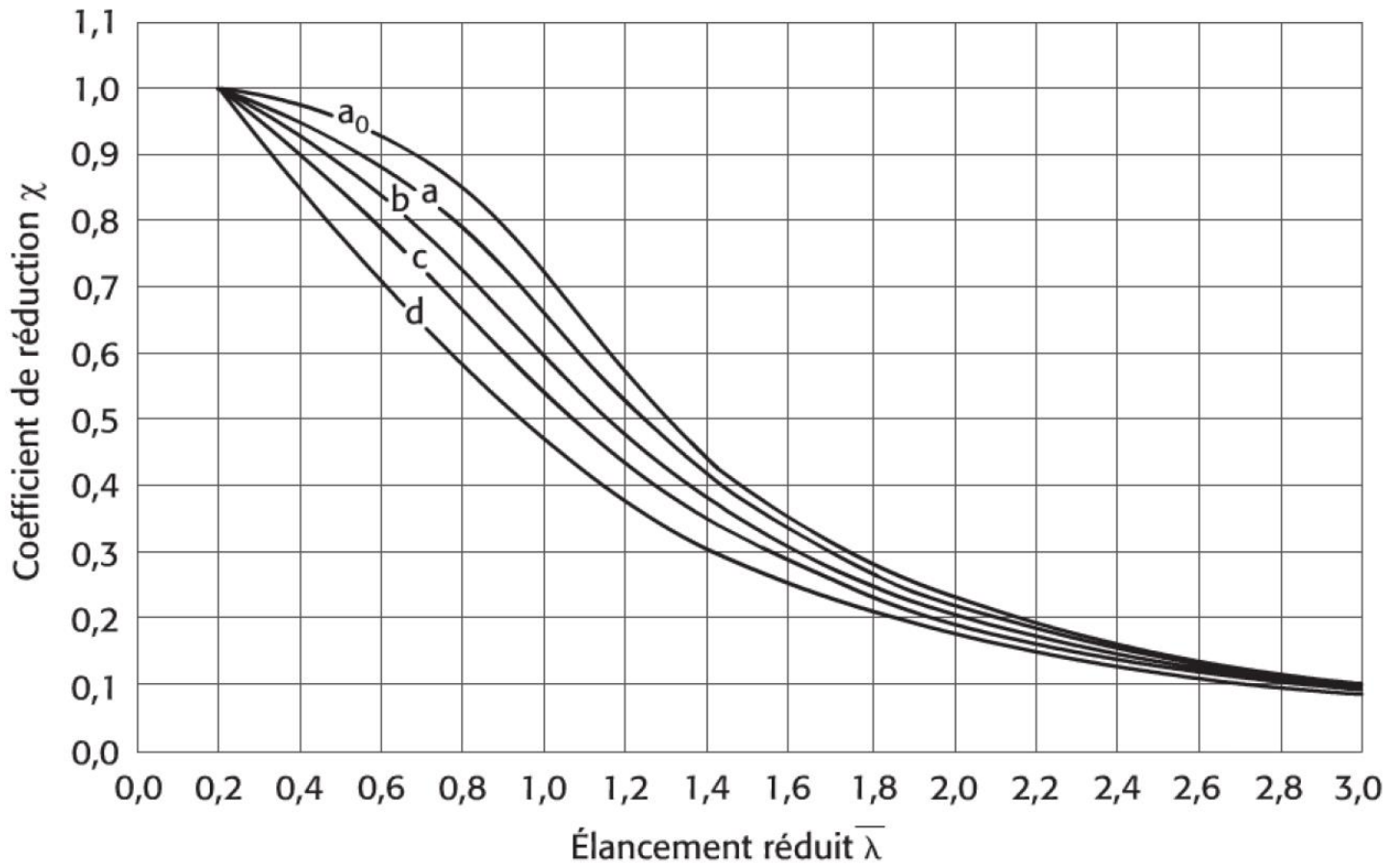


Figure 8 : courbes de flambement

Méthode numérique §6.3.1.2-Formule 6.49

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{Mais } \chi \leq 1.0$$

Où $\Phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A * f_y}{N_{cr}}}$$

5. Résistance au flambement de la barre $N_{b,Rd}$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

Où le facteur de réduction χ est le plus petit entre χ_y et χ_z .

Algorithme des méthodes selon l'Eurocode 3

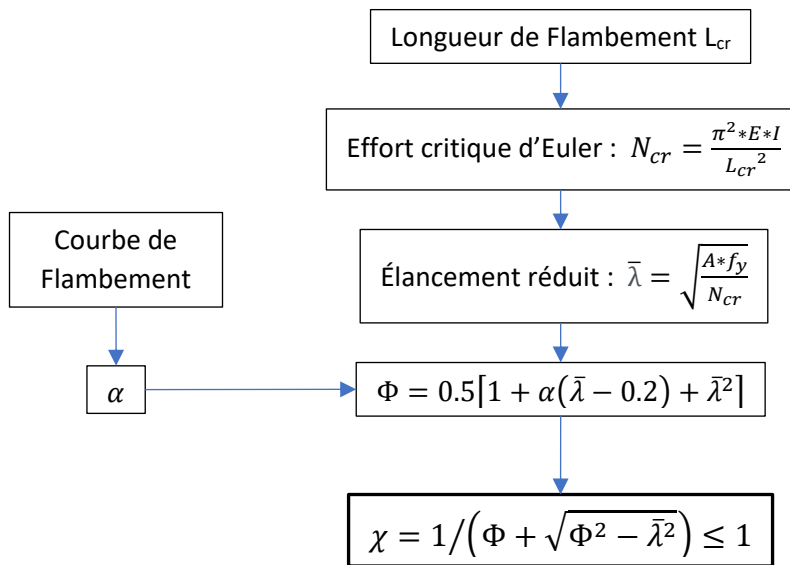


Figure 9 : algorithme de calcul du coefficient de réduction χ par l'effort critique N_{cr}

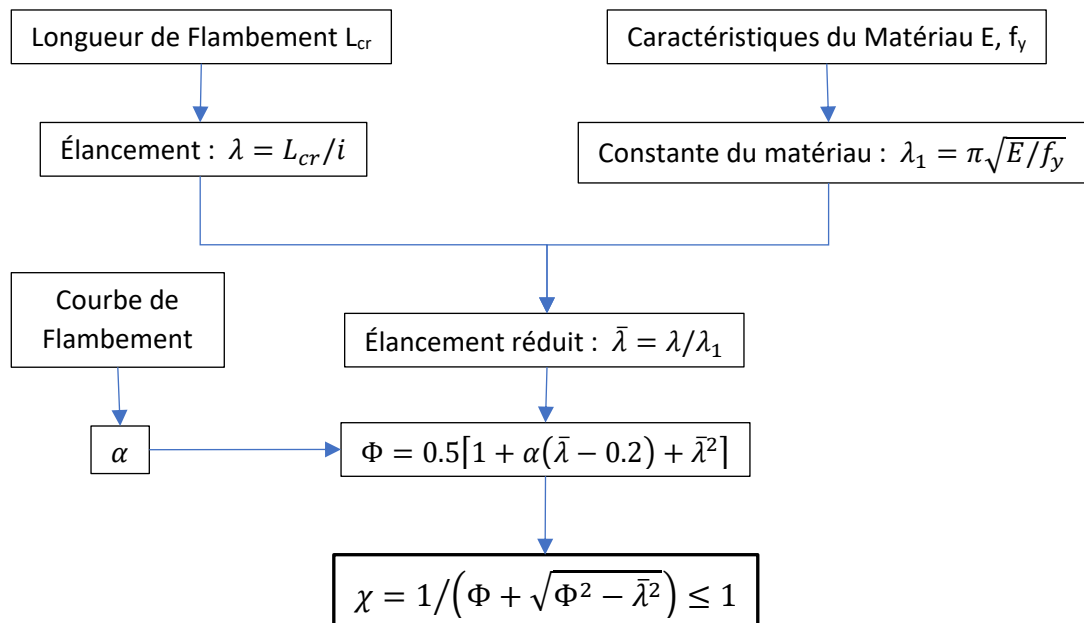


Figure 10 : algorithme de calcul du coefficient de réduction χ par l'élancement λ



Exemples d'application

1) Résistance d'un tube carré comprimé biarticulé

Données :

Poteau comprimé Tube 150 ép. 6.3, laminé à chaud, nuance : S275, de longueur $L = 5$ m, biarticulé, nœuds fixes.

Question :

Déterminer la résistance de ce poteau vis-à-vis du flambement

Solution :

$L_{crit} = 5m$: Longueur critique
$i = 5,85cm$: Rayon de giration (OTUA)
$\lambda = L_{crit}/i = 500/5,85 = 85,5$: élancement
$\lambda_1 = 86,8$ (S275)	: élancement de référence
$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1 = 85,5/86,8 = 0,98$: élancement réduit

Courbe de flambement a

$\chi(a, 0.98) = 0,68$: coefficient de réduction pour le flambement
------------------------	---

Résistance plastique de la section du tube :

$$N_{plRd} = 275 \text{ N/mm}^2 \cdot 3580 \text{ mm}^2 = 985 \text{ kN}$$

Résistance réduite du poteau :

$$N_{bRd} = \chi(a, 0.98) \cdot N_{plRd} = 0,68 \cdot 985 \text{ kN} = 670 \text{ kN}$$



2) Résistance d'un élément IPE comprimé biarticulé

Données :

IPE 160 - S275 - L=5m – biarticulé - nœuds fixes axe z et axe y

Question :

Déterminons la résistance de ce poteau vis à vis du flambement selon les deux axes

Solution :

Flambement autour de l'AXE z

$L_{crit} = 5 m$: Longueur critique
$i = 1,84 cm$: Rayon de giration (OTUA)
$\lambda = L_{crit}/i = 272$: élancement
$\lambda_1 = 86,8 (S275)$: élancement de référence
$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1 = 3,13$: élancement réduit
$\chi(b; 3,13) = 0,09$: coefficient de réduction pour le flambement

Résistance plastique de la section du tube :

$$N_{pLRd} = 275 N/mm^2 \cdot 2009 mm^2 = 552 kN$$

Résistance réduite du poteau :

$$N_{bRd} = \chi \cdot N_{pLRd} = 0,09 \cdot 552 kN = 50 kN$$

Flambement autour de l'AXE y

$L_{crit} = 5m$: Longueur critique
$i = 6,58cm$: Rayon de giration (OTUA)
$\lambda = L_{crit}/i = 76$: élancement
$\lambda_1 = 86,8 (S275)$: élancement de référence
$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1 = 0,87$: élancement réduit
$\chi(a, 0.87) = 0,75$: coefficient de réduction pour le flambement

Résistance plastique de la section du tube :

$$N_{pLRd} = 275 N/mm^2 \cdot 2009 mm^2 = 552 kN$$

Résistance réduite du poteau :

$$N_{bRd} = \chi \cdot N_{pLRd} = 0,75 \cdot 552 kN = 416 kN$$



3. Poteau biarticulé

Données :

On considère un poteau IPE300 - S235 biarticulé de longueur $L = 5m$, soumis à deux efforts normaux centrés de 90 kN appliqués à ses extrémités et qui s'équilibrent.

Question :

Vérifier la poutre à la compression simple et au flambement.

Solution :

1. Longueur de flambement critique : $L_{crit} = L = 5m$ (condition biarticulée)

2. Élancement : $\lambda = L_{crit}/i_z$

L'élancement le plus grand est pour un flambement autour de l'axe z car le rayon de giration y est le plus petit. :

$$i_z = 3,45 \text{ cm} \quad \lambda = 500/3,45 = 144,9$$

- élancement critique pour un S235 : $\lambda_1 (S235) = \pi \sqrt{E/f_y} = 93,9$

- élancement réduit : $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_1 = 144,9/93,9 = 1,54$

3. Coefficient de réduction

IPE300 nuance S235 en compression pure est de classe 2.

De plus : $h/b > 1,2$ et $t_f < 40$ mm donc il convient de choisir une courbe de

Flambement de type b pour un flambement autour de z (tableau 6.2 p 134).

4. Effort normal résistant de section :

$$N_{cRd} = A * f_y / \gamma_{m_0} = 5381 * 235 = 1264 \text{ kN}$$

5. Effort normal résistant réduit pour l'élément :

$$N_{bRd} = \chi N_{cRd} = 0,3279 * 1264 \text{ kN} = 415 \text{ kN}$$

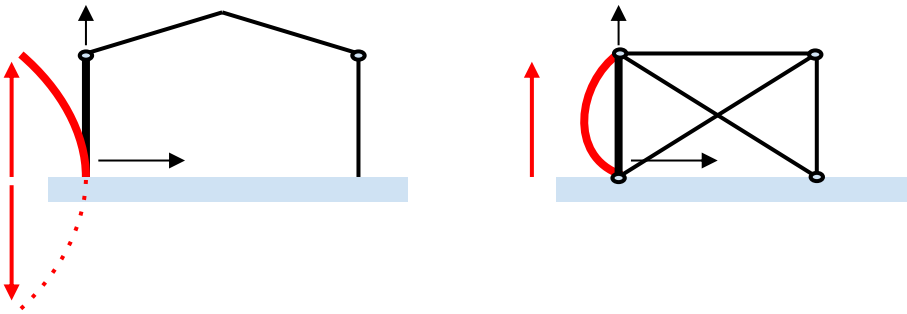
6. Vérification

$$N_{Ed}/N_{bRd} = 90/415 < 1$$

Un IPE 300 biarticulé convient.

3. Étude complète sans calcul de L_{cr}

N_{bRd} : HEA300 - S275 $L=5m$



Axe y : encastré-articulé, nœud déplaçable

Axe z : biarticulé, nœud fixe

Flambement autour de l'AXE z

$L_{crit} = 5m$: Longueur critique
$i = 7.49cm$: Rayon de giration (OTUA)
$\lambda = L_{crit}/i = 1000/7.49 = 66.7$: élancement
$\lambda_1 = 86.8$ (S275)	: élancement de référence
$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1 = 0.76$: élancement réduit
$h/b = 290/300 < 1,2$: courbe de flambement c (axe z)
$\chi(c, 0.76) = 0.68$: coefficient de réduction pour le flambement

Flambement autour de l'AXE y

$L_{crit} = 10m$: Longueur critique
$i = 12.74cm$: Rayon de giration (OTUA)
$\lambda = L_{crit}/i = 78.5$: élancement
$\lambda_1 = 86,8$ (S275)	: élancement de référence
$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1 = 0.9$: élancement réduit
$h/b = 290/300 < 1,2$: courbe de flambement b (axe y)
$\chi(b, 0.9) = 0,661$: coefficient de réduction pour le flambement

Résistance :

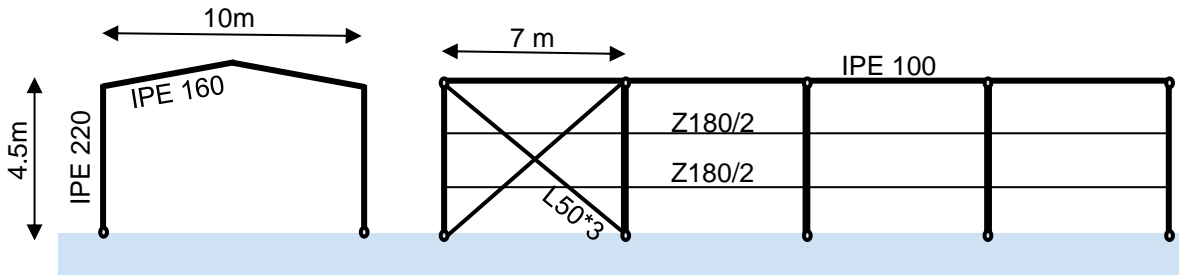
Résistance de la section :

$$N_{pIRd} = 275 \text{ N/mm}^2 \cdot 11250 \text{ mm}^2 = 3093 \text{ kN}$$

Résistance réduite du poteau axe faible :

$$N_{bRd} = \chi \cdot N_{pIRd} = 0,661 \cdot 3093 \text{ kN} = 2044 \text{ kN}$$

4. Applications Bâtiment courant en acier S275



Flambement dans le plan du portique (axe y ou axe fort des poteau-poutres)

Longueur critique Axe fort : $L_{crit y}$

Taux d'articulations :

- Pied de poteau articulé donc le taux d'encastrement vaut : $\eta_2 = 1$
- Tête de poteau (encastrement local dans une poutre IPE 160 de environs 10m)

$$\text{Raideur de la poutre } K_{12} = 1.0 * \frac{I_{yIPE160}}{L_{IPE160}} = \frac{869,3 \text{ cm}^4}{10 \text{ m}} \approx 87 \text{ cm}^4/\text{m}$$

$$\text{Raideur du poteau } K_C = \frac{I_{yIPE220}}{L_{IPE220}} = \frac{2272 \text{ cm}^4}{4,5 \text{ m}} \approx 616 \text{ cm}^4/\text{m}$$

$$\text{Le taux d'articulation en tête vaut : } \eta_1 = \frac{K_C}{K_C + K_{12}} = \frac{616}{616 + 87} = 0,876$$

Par lecture du graphe nœuds déplaçables : $L_{crit}/L \approx 4 \text{ ou } 5$

$$\text{Par calcul : } L_{crit}/L = \sqrt{(1 - 0,2 * 1,88 - 0,12 * 0,88)/(1 - 0,8 * 1,88 + 0,6 * 0,88)} \approx 4,65$$

$$L_{crit y} = 4,65 * 4,5 \text{ m} = 21 \text{ m} \quad : \text{Longueur critique d'Euler}$$

$$i_y = 9,11 \text{ cm} \quad : \text{Rayon de giration (OTUA)}$$

$$\lambda_y = L_{crit}/i_y = 2100/9,11 = 230 \quad : \text{élancement}$$

$$\lambda_1 = 93,9 \text{ (S235)} \quad : \text{élancement de référence}$$

$$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1 = 230/93,9 = 2,45 \quad : \text{élancement réduit}$$

$$h/b = 290/300 > 1,2 \quad : \text{courbe de flambement a (axe y)}$$

$$\chi_y = 0,1524 \quad : \text{coefficient de réduction pour le flambement}$$

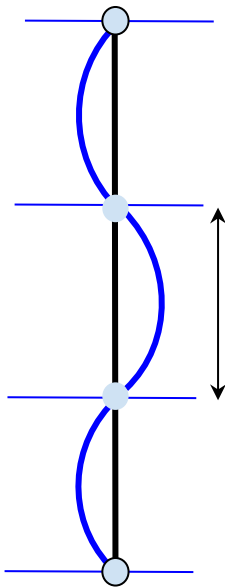
Résistance :

$$\text{Résistance de la section : } N_{plRd} = 0,235 \text{ kN/mm}^2 * 3337 \text{ mm}^2 = 784 \text{ kN}$$

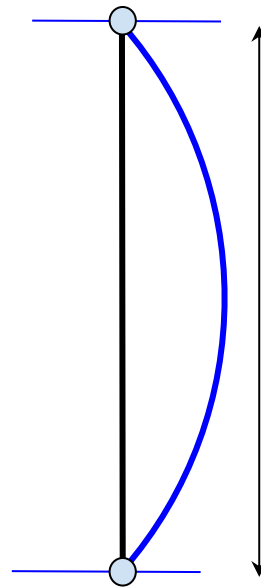
$$\text{Résistance réduite du poteau axe fort : } N_{bRdy} = \chi_y * N_{plRd} = 0,1524 * 784 \text{ kN} = 119 \text{ kN}$$

Flambement dans le plan du long pan (axe z ou axe faible des poteaux-poutres)

Longueur critique Axe faible : $L_{critz} = 1,5m$ (grâce aux lisses)



L_{crit} Avec lisses



$L_{critz} = 4,5m$

Sans lisse

$L_{critz} = 1,5m$: Longueur critique d'Euler (voir ce qui précède)

$i_z = 2,48 \text{ cm}$: Rayon de giration (OTUA)

$\lambda_z = L_{critz}/i_z = 150/2,48 = 60$: élancement

$\lambda_1 = 93,9$ (S235) : élancement de référence

$\bar{\lambda}_z = \lambda_z/\lambda_1 = 0,64$: élancement réduit

$h/b = 290/300 > 1,2$: courbe de flambement a (axe z)

$\chi(b) = 0,81$: coefficient de réduction pour le flambement

Résistance

Résistance réduite du poteau axe faible : $N_{brdz} = \chi_z \cdot N_{plrd} = 0,81 \cdot 784 \text{ kN} = 640 \text{ kN}$



Bibliographie

- Traité de Génie Civil Volume 10, Construction Métallique, éd. PPUR 1994
- *Stability Design Criteria for Metal Structures 6th Edition*, éd. Ronald D.Ziemian 2010
- *Règles de calcul des constructions en acier (Règles CM66)*, éd. EYROLLES 1976
- *Calcul des structures métalliques selon l'Eurocode 3*, Jean Morel, éd. EYROLLES 2005
- *NF EN 1993-1-1 : Octobre 2005*, AFNOR
- Access Steel ; *NCCI : Longueurs de flambement des poteaux, approche rigoureuse* ; réf. SN008a-FR-EU
- Access Steel ; *Exemple : Résistance au flambement d'un poteau bi-articulé avec maintiens latéraux intermédiaires* ; réf. SX002a-FR-EU
- *Stability of buildings Part 4 : Moment frames*, The Institution of Structural Engineers
- *Manuel de construction métallique, Extraits des Eurocodes 0, 1 et 3*, sous la direction de Jean-Pierre Muzeau, 2nd éd. AFNOR/EYROLLES
- Cours du Lycée des Métiers du Bâtiment de Felletin , Frederic Flerit